

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE - ETAPA JUDEȚEANĂ

CLASA a V-a 9.03.2019

Problema 1.(7 puncte)

Comparați numerele a și b știind că:

$$a = [(4^3 \cdot 2^4)^2 : (8^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5) \cdot 4^0]^{18} \quad \text{și}$$

$$b = [5^3 + 5^{91} : 5^{89} \cdot 3 + 2 \cdot 5^{71} : 5^{69} + 5^{20} : 5^{18} : 5^2 - 7 \cdot 2^5]^8$$

Soluție:

$$a = 4^{18} \dots\dots\dots(3p)$$

$$b = 27^8 \dots\dots\dots(3p)$$

$$a = (2^3)^{12} = 8^{12} < 9^{12} = (3^2)^{12} = b \dots\dots\dots(1p)$$

Problema 2.(7 puncte)

Numerele x, y, z împărțite pe rând la 9 dau resturile 4, 2 și respectiv 1. Aflați restul împărțirii numărului $4x+3y+2z$ la 9.

Soluție:

$$\left. \begin{aligned} x &= 9a + 4 \\ y &= 9b + 2 \\ z &= 9c + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3p)$$

Înmulțind relațiile cu 4,3 și respectiv 2, obținem:

$$\left. \begin{aligned} 4x &= 9 \cdot 4a + 16 \\ 3y &= 9 \cdot 3b + 6 \\ 2z &= 9 \cdot 2c + 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2p)$$

Adunând cele trei relații:

$$4x + 3y + 2z = 9(4a + 3b + 2c) + 18 + 6 \dots\dots\dots(1p)$$

$$4x + 3y + 2z = 9(4a + 3b + 2c + 2) + 6, \text{ restul este } 6 \dots\dots\dots(1p)$$

Problema 3.(7 puncte)

Vecinii lui Sandală, familia Smart, au o fată pe care o cheamă Botină. Domnul Smart este de patru ori mai mare decât Sandală, doamna Smart are de două ori suma vârstelor lui Sandală și Botină, iar doamna Smart și Sandală au împreună cât domnul Smart. Știind că cei patru au împreună 102 ani, aflați câți ani are fiecare.

Soluție: domnul Smart: $\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow$
Sandală: $\longleftrightarrow\longleftrightarrow$
doamna Smart: $\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow$
Botină: \longleftrightarrow } $\dots\dots\dots(4p)$

$$1p=102:17=6 \text{ ani } \dots\dots\dots(1p)$$

$$\text{Botină are } 6 \text{ ani, Sandală are } 12 \text{ ani.} \dots\dots\dots(1p)$$

$$\text{Domnul Smart are } 48 \text{ ani, doamna Smart are } 36 \text{ ani.} \dots\dots\dots(1p)$$

Problema 4.(7 puncte)

Arătați că numărul $A = 8^{2018} + 18^{2018} + 28^{2018} + \dots + 2018^{2018}$ nu este pătrat perfect.

Gazeta Matematică nr. 10/2018

Soluție:

$$\text{Numărul de termeni}=(2018 - 8): 10 + 1 = 202 \dots\dots\dots(2p)$$

$$\text{Ultima cifră a celor } 202 \text{ termeni este aceeași, adică } 4 \dots\dots\dots(3p)$$

$$\text{Ultima cifră a numărului } A \text{ este } 8, \text{ deci nu poate fi pătrat perfect.} \dots\dots\dots(2p)$$

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!