Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici"
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale şi protecţia mediului- Clasa a IX-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=\frac{28}{3}$, $r=-\frac{1}{3}$	**3p**
b)	$\frac{1010(2+2020)}{2}= 1010\cdot 1011= 1021110$	**3p**
c)	$a_{10}=a_1+9r$, $a_8=a_1+7r$, $a_4=a_1+3r$ Prin înlocuire și calcul se obține rezultatul 0	**3p**

SUBIECTUL 2

a)	$2^8=256$ moduri	**4p**
b)	$-8<3x+4<8$, $x\in Z$ $A=\left[-4,\frac{4}{3}\right]\cap Z=\{-3,-2,-1,0,1\}$ cardA=5	**1p** **3p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	Prin înlocuire și calcul se obține $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ adevărat	**2p**
b)	Verifică P(1) adevărată Demonstrează $P(k)\Rightarrow P(k+1)$, $\forall k\geq 1$	**1p** **3p**
c)	Aplică formula demonstrată la punctul b) și obține $\frac{2018}{2018+1}=\frac{2018}{2019}$	**3p**

SUBIECTUL 4

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=1$, $q=2$	**3p**
b)	$2^3\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{\frac{1}{2}-1}=\frac{127}{8}$ $2^{n+1}=128\Rightarrow n+1=7\Rightarrow n=6$	**1p** **2p**
c)	$a_4=8a_1$, $a_6=32a_1$ a_1+18, a_4+34, a_6+16 în progresie aritmetică $\Rightarrow 8a_1+34=\frac{a_1+18+32a_1+16}{2}$... Finalizare $a_1=2$	**1p** **1p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră teoretică: profil real-ştiinţe ale naturii - Clasa a IX-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=-1$, $r=\frac{11}{3}$ sau $a_1=1$, $r=3$	**3p**
b)	$\frac{n(3+4n-1)}{2}=n(1+2n)$	**3p**
c)	$a_n=a_1+(n-1)r$, $a_p=a_1+(p-1)r$, $a_m=a_1+(m-1)r$ Prin înlocuire și calcul se obține rezultatul 0	**3p**

SUBIECTUL 2

a)	$2^{10}=1024$ moduri	**4p**
b)	$\frac{6n-7}{2n+1}=\frac{6n+3}{2n+1}-\frac{10}{2n+1}=3-\frac{10}{2n+1}\in Z$ $\Rightarrow (2n+1)\mid 10$, $n\in Z \Rightarrow n\in\{-3,-1,0,2\}\Rightarrow x\in\{-7,1,5,13\}$ $\Rightarrow$ card A = 4	**1p** **3p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	$\underbrace{999...9}_{n\text{ cifre}}88\underbrace{000...0}_{n\text{ cifre}}36=9(10^{2n+3}+10^{2n+2}+...+10^{n+4})+88\cdot10^{n+2}+36=$ $=9\cdot10^{n+4}\cdot\frac{10^n-1}{10-1}+(100-12)\cdot10^{n+2}+36=$ $=10^{n+4}(10^n-1)+100\cdot10^{n+2}-12\cdot10^{n+2}+36=$ $=10^{2n+4}-10^{n+4}+10^{n+4}-12\cdot10^{n+2}+36=(10^{n+2})^2-2\cdot10^{n+2}\cdot6+6^2=(10^{n+2}+6)^2$	**1p** **1p** **1p**
b)	$3+33+333+...+\underbrace{333...3}_{n\text{ cifre}}=$ $3+(3\cdot10+3)+(3\cdot10^2+3\cdot10+3)+...+(3\cdot10^{n-1}+3\cdot10^{n-2}+....+3\cdot10+3)=$ $=(3+3\cdot10+3\cdot10^2+...+3\cdot10^{n-1})+(3+3\cdot10+3\cdot10^2+...+3\cdot10^{n-2})+...+3=$ $=3\cdot\frac{10^n-1}{10-1}+3\cdot\frac{10^{n-1}-1}{10-1}+...+3\cdot\frac{10^1-1}{10-1}=3\cdot\frac{10^n-1}{9}+3\cdot\frac{10^{n-1}-1}{9}+...+3\cdot\frac{10^1-1}{9}=$ $=\frac{1}{3}(10^n-1+10^{n-1}-1+...+10^1-1)=\frac{1}{3}(10^1+10^2+...+10^n-n)=\frac{1}{3}(10\cdot\frac{10^n-1}{10-1}-n)=$ $=\frac{1}{3}(10\cdot\frac{10^n-1}{9}-n)$	**1p** **1p** **1p**
c)	Aplicând formula $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$, identitatea dată este echivalentă cu $(a_1\cdot a_1\cdot q\cdot a_1\cdot q^2\cdot ....\cdot a_1\cdot q^{n-1})^2=(a_1\cdot a_1\cdot q^{n-1})^n \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (a_1^n\cdot q^{1+2+...+(n-1)})^2=(a_1^2\cdot q^{n-1})^n \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a_1^{2n}\cdot q^{(n-1)n}=a_1^{2n}\cdot q^{(n-1)n}$ adevărat	**3p**

SUBIECTUL 4

a)	Verifică P(2) adevărată Demonstrează P(k)$\Rightarrow P(k+1)$, ∀k ≥2	**1p** **2p**
b)	Verifică P(0) adevărată Demonstrează P(k)$\Rightarrow P(k+1)$, ∀k ≥0	**1p** **2p**
c)	Verifică P(0) adevărată Demonstrează P(k)$\Rightarrow P(k+1)$, ∀k ≥0	**1p** **2p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră tehnologică: profil tehnic - Clasa a IX-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=\frac{5}{2}$, $r=\frac{5}{2}$	**3p**
b)	$\frac{2019(1+2019)}{2}=2019\cdot 1010=2039190$	**3p**
c)	$a_5=a_1+4r$, $a_3=a_1+2r$ Prin înlocuire și calcul se obține rezultatul 0	**3p**

SUBIECTUL 2

a)	$2^7=128$ moduri	**4p**
b)	$-4\le 2x-1\le 4$, $x\in N$ $A=\left[-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]\cap N=\{0,1,2\}$ cardA=3	**1p** **3p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	Prin înlocuire și calcul se obține 20=20, adevărat	**2p**
b)	Verifică P(1) adevărată Demonstrează $P(k)\Rightarrow P(k+1)$, $\forall k\ge 1$	**1p** **3p**
c)	Aplică formula demonstrată la punctul b) și obține $\frac{2018(2018+1)(2018+2)}{3}=2018\cdot 673\cdot 2020$	**3p**

SUBIECTUL 4

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=2$, $q=2$	**3p**
b)	$1\cdot\frac{2^{n+2}-1}{2-1}=131071$ $2^{n+2}=131072\Rightarrow n+2=17\Rightarrow n=15$	**1p** **2p**
c)	$a_4=8a_1$, $a_6=32a_1$ a_1+18, a_4+34, a_6+16 în progresie aritmetică $\Rightarrow 8a_1+34=\frac{a_1+18+32a_1+16}{2}$... Finalizare $a_1=2$	**1p** **1p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră teoretică: profil uman - filologie şi ştiinţe sociale - Clasa a IX-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $a_1=1$, $r=3$	**3p**
b)	$\frac{1010(1+2019)}{2}=1010\cdot 1010=1020100$	**3p**
c)	$a_7=a_1+6r$, $a_5=a_1+4r$, $a_3=a_1+2r$ Prin înlocuire și calcul se obține rezultatul 0	**3p**

SUBIECTUL 2

a)	$-10\leq 3x-1\leq 10$, $x\in R$ $A=\left[-3,\frac{11}{3}\right]$	**1p** **2p**
b)	$-6<3x+1<8$ $B=\left(-\frac{7}{3},\frac{7}{3}\right)$	**1p** **2p**
c)	$A\setminus B=[-3,-\frac{7}{3}]\cup[\frac{7}{3},\frac{11}{3}]$ $(A\setminus B)\cap Z=\{-3,3\}$ $-3\cdot 3=-9$	**1p** **1p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	$x^2-4=0$ și $2-x=0\Rightarrow x=2\Rightarrow A=\{2\}$	**4p**
b)	$\frac{6x+3}{3x+5}=\frac{6x+10}{3x+5}-\frac{7}{3x+5}=2-\frac{7}{3x+5}\in Z$ $\Rightarrow(3x+5)\mid 7$, $x\in Z\Rightarrow x\in\{-4,-2\}\Rightarrow$ p adevărată	**3p** **2p**

SUBIECTUL 4

a)	Prin înlocuire și rezolvarea sistemului se obține $(a_1,q)\in\{(2,2),(-32,\frac{1}{2})\}$	**3p**
b)	$(2x-8)^2=(x-6)(5x+1)$ $x_1=-10$, $x_2=7$	**1p** **2p**
c)	$x+(x+16)+(x+32)+...+404=\frac{20(x+404)}{2}$ $404=x+19\cdot 16\Rightarrow x=100$ $\frac{20(100+404)}{2}=10\cdot 504=5040$	**1p** **1p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concurs Național de Matematică Aplicată" Adolf Haimovici"

Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

Etapa pe centru – 22.02.2019

Clasa a X-a

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I

a)	$a^2-b^2=2 \qquad +\sqrt{2+\sqrt{3}}-2+\sqrt{2+\sqrt{3}}=2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ $a\cdot b=\sqrt{4-2-\sqrt{3}}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$	**1p** **1p**
b)	$\frac{1}{a+b}=\frac{a-b}{a^2-b^2}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}-\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}}{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\frac{\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}-\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$	**2p**
c)	$\alpha=a+bi,\ \alpha^2=a^2-b^2+2abi=2\sqrt{2+\sqrt{3}}\ +2\sqrt{2-\sqrt{3}}i$ finalizare $(a+bi)^{36}=-2^{36}i$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$\frac{1}{2}(\log_7 10+\log_7 6+\log_7 15)=\log_7 2+\log_7 3+\log_7 5$ $\log_7 900=2\cdot\log_7 30$ Finalizare	**1p** **2p** **1p**
b)	$\begin{cases} x-2>0 \\ x-2\neq 1 \\ x^2-5x+4>0 \end{cases}$ $X\in(4,+\infty)$	**1p** **1p**
c)	$E=\frac{36(\log_2 x)^2+6-12\log_2 x-1+12\log_2 x-36(\log_2 x)^2}{2}$ Finalizare $E=\frac{5}{2}$	**2p** **1p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	a=18 $9^b = 9^{\log_3 4} = 16$ Finalizare a+$\sqrt{9^b}$=22	**2p** **2p** **1p**
b)	$[\sqrt{50}]=7$, $[\sqrt[3]{65}+2]=6$ $2\cdot \log_7 9-1=\log_7 \frac{81}{7}$ $\left[\log_7 \frac{81}{7}\right]=1$	**2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	a) z=a+bi, a,b$\in R$, a^2-$b^2=3$, 2ab=-4 Finalizare z_1=2-i, z_2=-2+i	**2p** **2p**
b)	Din $z^2+z+1=0$ rezultă $z^3=1$ $\left(z^5+\frac{1}{z^5}\right)^{2019}=\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)^{2019}=\left(\frac{z+1}{z^2}\right)^{2019}$ $\left(\frac{z+1}{z^2}\right)^{2019}=-1$	**1p** **2p** **2p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concurs Național de Matematică Aplicată

" Adolf Haimovici"

Filieră teoretică: profil real - științe ale naturii

Etapa pe centru – 22.02.2019

Clasa a X-a

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I

a)	$\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=t$ t^3=14-3t $(t-2)(t^2+2t+7)=0$ t=2	**1p** **2p** **2p** **2p**
b)	$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}}=\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}{x+y}=\frac{1}{7}$	**2p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$\sqrt{\frac{1}{1\cdot 18}+\frac{1}{2\cdot 27}+\ldots+\frac{1}{n(9n+9)}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ Finalizare n= 90	**2p** **1p**
b)	Se notează $\sqrt{a_1-2}=k_1, \sqrt{a_2-4}=k_2, \ldots, \sqrt{a_n-2n}=k_n$, $a_1-2=k_1^2$, $a_1\geq 2$; $a_2-4=k_2^2$, $a_2\geq 4$,---, $a_n-2n=k_n^2$, $a_n\geq 2n$ $k_1+k_2+\ldots+k_n=\frac{k_1^2+2+k_2^2+4+\ldots.k_n^2+2n}{2}-\frac{n^2}{2}$ $k_1^2+k_2^2+\ldots+k_n^2+2[1+2+\ldots.+n]-2(k_1+k_2+\ldots+k_n)-n^2=0$ $(k_1-1)^2+(k_2-1)^2+\ldots+(k_n-1)^2-n+(n+1)n-n^2=0$ $k_1=1,\ k_2=1,\ \ldots.,k_n=1$ Finalizare $a_1=3$, $a_2=5$, ….. , $a_n=2n+1$	**2p** **1p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	$(z_1+z_2+z_3)^2=2(z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3)$ $\lvert z_1+z_2+z_3\rvert^2=2\lvert z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3\rvert$ $2\lvert z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3\rvert=2\left(\frac{\lvert z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3\rvert}{\lvert z_1z_2z_3\rvert}\right)$ $2\left(\frac{\lvert z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3\rvert}{\lvert z_1z_2z_3\rvert}\right)=2\left\lvert\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}\right\rvert=2\lvert\overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}\rvert$	**1p** **1p** **1p**

	$2\lvert\overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}\rvert = 2\lvert\overline{z_1+z_2+z_3}\rvert = 2\lvert z_1+z_2+z_3\rvert$ Deci $\lvert z_1+z_2+z_3\rvert^2=2\lvert z_1+z_2+z_3\rvert$ şi $z_1+z_2+z_3\neq 0$ rezultă $\lvert z_1+z_2+z_3\rvert = 2$	1p 1p
b)	$z=a+bi,\ a,b\in R$ $a^2+b^2+a-bi=1-i$ $b=1,\ a^2+a=0$ unde $a=-1,\ a=0$ $z_1=-1+i,\ z_1^2=-2i,\ z_1^4=-4,\ z_1^{8n}=(z_1^4)^{2n}=16^n$ $z_2=i,\ z_2^{8n}=(z_2^4)^{2n}=1$	1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL al IV –lea

a)	$A=\frac{\log_5 4+1}{2}=\frac{2\log_5 2+1}{2}$ - $B=\frac{\log_5 64}{\log_5 80}=\frac{\log_5 2^6}{\log_5 2^4+\log_5 5}=\frac{6\log_5 2}{4\log_5 2+1}$ $\frac{1}{4}<\log_5 2<\frac{1}{2}$ $A-B=\frac{2\log_5 2+1}{2}-\frac{6\log_5 2}{4\log_5 2+1}=\frac{8(\log_5 2)^2-6\log_5 2+1}{2(4\log_5 2+1)}<0$ Finalizare	1p 1p 1p 1p 1p
b)	$n=\left(\sqrt{\frac{\log_a a+\log_a b+\log_b a+\log_b b}{2}}-\sqrt{\frac{\log_a b-\log_a a+\log_b a-\log_b b}{2}}\right)\sqrt{2\log_a b}=$ $\left(\sqrt{\frac{2+\log_a b+\log_b a}{2}}-\sqrt{\frac{\log_a b+\log_b a-2}{2}}\right)\sqrt{2\log_a b}=$ $\left(\sqrt{\frac{(\log_a b+1)^2}{2\log_a b}}-\sqrt{\frac{(\log_a b-1)^2}{2\log_a b}}\right)\sqrt{2\log_a b}$ Finalizare $n=\lvert\log_a b+1\rvert-\lvert\log_a b-1\rvert=\log_a b+1+\log_a b-1=2\log_a b$	1p 1p 2p

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concurs Național de Matematică Aplicată" Adolf Haimovici"

Filieră tehnologică: profil tehnic

Etapa pe centru – 22.02.2019

Clasa a X-a

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I

a)	$3-x>0,\ 3+x>0\ ,3-x\neq 1$ $D=(-3,3)-\{2\}$	**2p** **1p**
b)	$E(a)E(-a)=\log_{3-a}(3+a)\cdot\log_{3+a}(3-a)$ $=\log_{3-a}(3+a)\cdot\frac{1}{\log_{3-a}(3+a)}=1$	**2p** **1p**
c)	$(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})=1$ $\log_{3-\sqrt{8}}(3+\sqrt{8})=-1$	**2p** **1p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$x_1=2-i$ și $x_2=2+i$	**2p**
b)	$S=x_1+x_2=4$ $P=x_1x_2=5$ $S_1=y_1+y_2=\frac{S^2-2P}{P}=\frac{6}{5}$ $P_1=1$ $5y^2-6y+5=0$	**2p** **2p** **1p**
c)	$z=a+bi,\ a,b\in R,\ a^2+b^2=(a-2)^2+b^2=a^2+(4-b)^2$ Finalizare $z=1+2i$	**1p** **1p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	b=1-2a $25^{\frac{1-b-2a}{2+2a}} = 25^0 = 1$	**2p** **2p**
b)	$\log_3 5 = \frac{\log_2 5}{a}$ deci $\log_2 5 = ab$ $\log_6 450 = \frac{\log_2 450}{\log_2 6} = \frac{\log_2(3^2 \cdot 5^2 \cdot 2)}{\log_2(2\cdot 3)}$ $\frac{\text{Log}_2(3^2 \cdot 5^2 \cdot 2)}{\log_2(2\cdot 3)} = \frac{2a+2ab+1}{1+a}$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	calcul n =256 calcul m=128 finalizare n>m	**1p** **2p** **1p**
b)	schimbarea bazei $\log_n a + 2\log_n a + 3\log_n a + 4\log_n a = 10\log_n a$	**2p** **3p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concurs Național de Matematică Aplicată" Adolf Haimovici"

Filieră teoretică: profil uman-filologie și științe sociale

Etapa pe centru – 22.02.2019

Clasa a X-a

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I

a)	N= $\log_{11}\sqrt[3]{121}+\log_7\sqrt{9+\sqrt{32}}+\log_7\sqrt{9-\sqrt{32}}$ N = $\log_{11}\sqrt[3]{121}+\log_7\sqrt{81-32}$ finalizare N=$\frac{5}{3}$	**2p** **1p** **2p**
b)	Logaritmăm n=$\left(\frac{bc}{a}\right)^{\lg\frac{b}{c}}\left(\frac{ac}{b}\right)^{\lg\frac{c}{a}}\left(\frac{ab}{c}\right)^{\lg\frac{a}{b}}$ $\lg n=\lg\frac{b}{c}\cdot\lg\frac{bc}{a}+\lg\frac{c}{a}\cdot\lg\frac{ac}{b}+\lg\frac{a}{b}\cdot\lg\frac{ab}{c}=0$ n=1	**1p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$\log_{30}8=\log_{30}2^3=3\log_{30}2=3\log_{30}\left(\frac{30}{15}\right)=$ $=3(\log_{30}30-\log_{30}3-\log_{30}5)=3(1-k-n)$	**2p** **2p**
b)	Din relația $a^2+b^2=7ab$ se deduc și $(a+b)^2=9ab$ și $(a-b)^2=5ab$ de unde $\frac{a+b}{3}=\sqrt{ab}$ și $\frac{a-b}{\sqrt{5}}=\sqrt{ab}$ Logaritmând găsim relația de demonstrat	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	Demonstrația egalității	**2p**
b)	$S=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2\cdot 1}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3\cdot 2}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4\cdot 3}}+\ldots+\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)\cdot n}}$ $S=\frac{1}{1}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$ finalizare $S=1-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$	**2p** **1p** **1p**
c)	$P=\frac{lg2}{lg3}\cdot\frac{lg3}{lg4}\cdot\frac{lg4}{lg5}\cdot\ldots\cdot\frac{lg126}{lg127}\cdot\frac{lg127}{lg128}$ $=\frac{lg2}{lg128}=\frac{lg2}{lg2^7}=\frac{1}{7}$	**1p** **2p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	$\frac{1}{\log_{a^k} n}=k\cdot \log_n a$ calculul sumei $E=4950\cdot \log_n a$	**3p** **3p**
b)	calcul $E(x,y)=\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{xy}$	**3p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „*Adolf Haimovici*”

Etapa pe centru – 22.02.2019

Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale şi protecţia mediului

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix};X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix};a,b,c,d\in\mathbb{Q};AX=XA\Rightarrow c=0;a=d\Rightarrow X=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$	**3p**
	$X^2=\begin{pmatrix}a^2&2ab\\0&a^2\end{pmatrix};X^3=\begin{pmatrix}a^3&3a^2b\\0&a^3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a^3-a^2+a-1=0\\3a^2b-2ab+b=1\end{cases}\Rightarrow a=1;b=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1&\frac{1}{2}\\0&1\end{pmatrix}$	**3p**
b)	$(x-1)^2\cdot(x^2+x+1)=0\Rightarrow x=1$	**3p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$AB:2x+y-8=0$	**2p**
b)	$d(O,AB)=\frac{8}{\sqrt{5}}$	**2p**
c)	$M(a,b)\in d:x-y-3=0\Rightarrow M(a,a-3)$ $\lvert a-9\rvert=\lvert -2a-6\rvert\Rightarrow a=1\Rightarrow M(1,-2)$ sau $a=-15\Rightarrow M(-15,-18)$	**1p** **4p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\lim\limits_{x\to3}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{6}{(x-3)(x+3)}\right)=\lim\limits_{x\to3}\frac{x-3}{(x-3)(x+3)}=\frac{1}{6}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to2019}\frac{\sin(x-2019)}{(x-2019)(x-1)}=\frac{1}{2018}$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{x+1}\cdot\frac{2019^{\frac{1}{x+1}}-1}{\frac{1}{x+1}}=\ln 2019$	**3p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	x=1 asimptotă verticală	**2p**
	$y=1$ asimptotă orizontală spre $+\infty$; $y=-1$ asimptotă orizontală spre $-\infty$ Nu există asimptote oblice	**3p**
b)	f continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ continuă în $1 \Rightarrow 2^b \cdot 3^a = 12 = 3^{b-1} \cdot 2^{a+1} \Rightarrow a=1; b=2$	**4p**

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „*Adolf Haimovici*”

Etapa pe centru – 22.02.2019

Filieră teoretică: profil real-ştiinţe ale naturii

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

	Notează $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 12 \end{pmatrix} = A$. Observă că $\det(A)=0 \Rightarrow \det(X^2)=0 \Rightarrow \det(X)=0$	**2p**
	Din $AX = XA, X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a,b,c,d \in \mathbb{R}$ rezultă relațiile $\begin{cases} 3c = 4b \\ a+c=d \end{cases}$	**2p**
	Dacă $ad-bc=0$ se obțin soluțiile $a=\frac{c}{2}$ sau $a=-\frac{3c}{2}$ și deci $X=\begin{pmatrix} \frac{c}{2} & \frac{3c}{4} \\ c & \frac{3c}{2} \end{pmatrix}$, respectiv, $X=\begin{pmatrix} -\frac{3c}{2} & \frac{3c}{4} \\ c & -\frac{c}{2} \end{pmatrix}$	**3p**
	Se calculează X^2 în fiecare caz și se egalează cu A, rezultând soluțiile	**2p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$B = 14\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, C^2 = 5C$ și prin inducție $C^{2019} = 5^{2018}C$	**3p**
b)	$\det(B) = (a_1b_2 - a_2b_1)^2 + (a_1b_3 - a_3b_1)^2 + (a_2b_3 - a_3b_2)^2 \geq 0$	**2p**
c)	$\det(B)=0 \Rightarrow \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} \Rightarrow m_{P_1O} = m_{P_2O} = m_{P_3O} \Rightarrow$ punctele O, P_1, P_2, P_3 sunt coliniare	**2p**
	Reciproc, dacă $\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} = m \Rightarrow B = \begin{pmatrix} a_1^2+a_2^2+a_3^2 & m(a_1^2+a_2^2+a_3^2) \\ m(a_1^2+a_2^2+a_3^2) & m^2(a_1^2+a_2^2+a_3^2) \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B)=0$	**2p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1-x+x^2\right)\left(1+x+x^2\right)}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^2+x^4\right)}{x^2+x^4}\cdot\left(1+x^2\right)=1$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x+\cos x-\cos x\cos 2x\cos 3x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2\cdot 4}+\frac{\cos x\left(1-\cos 2x\cos 3x\right)}{x^2}\right)=\frac{2}{4}+$ $+\lim\limits_{x\to 0}\cos x\frac{1-\cos 2x+\cos 2x-\cos 2x\cos 3x}{x^2}=\frac{1}{2}+\lim\limits_{x\to 0}\cos x\frac{2\sin^2 x+\cos 2x\left(1-\cos 3x\right)}{x^2}$ $=\frac{1}{2}+2+2\cdot\frac{9}{4}=7$	**2p** **2p**
c)	$\lim\limits_{x\to\infty}x^2\cdot e^{\frac{1}{x+1}}\cdot\left(e^{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}-1\right)=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\cdot e^{\frac{1}{x+1}}\cdot\frac{e^{\frac{1}{x(x+1)}}-1}{\frac{1}{x(x+1)}}\cdot\frac{1}{x\left(x+1\right)}=1$	**2p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	$\sqrt{4+a}-b=0\Rightarrow b=\sqrt{4+a}$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3x+a}-\sqrt{4+a}}{(x-1)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{(x-1)(x+2)\left(\sqrt{x^2+3x+a}+\sqrt{4+a}\right)}$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)\cdot 3\cdot 2\cdot\sqrt{4+a}}=\frac{5}{6\cdot\sqrt{4+a}}\Rightarrow\sqrt{4+a}=3\Rightarrow 4+a=9\Rightarrow a=5\Rightarrow b=3$	**1p** **2p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=a\Rightarrow a=1$ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-x\right]=b\Rightarrow b=1$	**2p** **2p**

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „*Adolf Haimovici*”

Etapa pe centru – 22.02.2019

Filieră tehnologică: profil tehnic

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix};X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix},a,b,c,d\in\mathbb{Z};AX=XA\Rightarrow b=0,c=0\Rightarrow X=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & d\end{pmatrix}$	**3p**
	$X^2=\begin{pmatrix}a^2 & 0\\ 0 & d^2\end{pmatrix};X^3=\begin{pmatrix}a^3 & 0\\ 0 & d^3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a^3+a=-2\\ d^3+d=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\ d=1\end{cases}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**3p**
b)	$\begin{vmatrix}7-x & 7-x & 7-x\\ 1 & 2-x & 2\\ 2 & 4 & 1-x\end{vmatrix}=0\Rightarrow(7-x)\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2-x & 2\\ 2 & 4 & 1-x\end{vmatrix}=0\Rightarrow(7-x)\cdot(x^2-3)=0$	**2p**
	$x_1=7;x_2=\sqrt{3};x_3=-\sqrt{3}$	**1p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	$AB:x+3y-8=0$	**2p**
b)	$C(a,b)\in d:x-2y+8=0\Rightarrow C(2b-8,b)$	**1p**
	$A_{ABC}=\frac{\lvert 5b-16\rvert}{2}\Rightarrow\lvert 5b-16\rvert=14\Rightarrow b=6;a=4\Rightarrow C(4,6)$	**3p**
	sau $b=\frac{2}{5};a=-\frac{36}{5}\Rightarrow C\left(-\frac{36}{5},\frac{2}{5}\right)$	**1p**
c)	$AB=\sqrt{10};A_{ABC}=\frac{AB\cdot h}{2}\Rightarrow h=\frac{14}{\sqrt{10}}=d(C,AB)$	**2p**

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2019^x-1+1-2018^x}{x}=\ln\frac{2019}{2018}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 7}\frac{7-x}{-(7-x)(7+x)\left(2+\sqrt{x-3}\right)}=-\frac{1}{64}$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to\infty}x\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}x\frac{1}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}\right)}=\frac{1}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	f continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ continuă în 1 și 2 $\begin{cases} 2^a + 4^b - 4 = a + b \\ 2^{2b} + 4^{2a} - 18 = a + b \end{cases}$ $a = b = 1$	**1p** **2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(2^x + 4^x - 4\right) = -4$	**3p**

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „*Adolf Haimovici*”

Etapa pe centru – 22.02.2019

Filieră teoretică: profil umanist-filologie şi ştiinţe sociale

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$p=\dfrac{m_1p_1+m_2p_2+m_3p_3}{m_1+m_2+m_3}$ $p=\dfrac{3\cdot 24+5\cdot 18+8\cdot 21}{3+5+8}=20{,}625$	**2p** **3p**
b)	$\dfrac{20p_1+5\cdot 20}{20+5}=23$ $p_1 23{,}75$	**1p** **3p**

SUBIECTUL al II -lea

a)	7 elevi	**2p**
b)	(tabelul de mai jos)	**4p**
c)	37,5% la munte; 45% la mare; 17,5% si la munte si la mare $135^{\circ};162^{\circ};63^{\circ}$	**3p**

Destinatie	Frecventa	Frecventa relativa	Frecventa cumulata
munte	15	0,375	0,375
mare	18	0,450	0,825
ambele	7	0,175	1

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{9}$ $\overline{x}=50$	**2p** **2p**
b)	$v=\dfrac{\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+\left(x_9-\overline{x}\right)^2}{9}$ $v=\dfrac{24}{9}\Rightarrow\sigma=\sqrt{v}=\sqrt{\dfrac{24}{9}}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al IV –lea

a)	tabel	**2p**
b)	Mediana=6; modulul=7 $\overline{x}=\frac{2\cdot 1+3\cdot 1+4\cdot 2+5\cdot 3+6\cdot 4+7\cdot 5+8\cdot 4+9\cdot 3+10\cdot 2}{25}=6,64$ 36%	**1p** **2p** **2p**
c)	reprezentarea	**2p**

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARAD

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale şi protecţia mediului- Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Se obține ecuația $x^2-8x+12=0$ Finalizare: $x=2,\ x=6$	**1p** **1p**
b)	Calcul: $a=2$	**2p**
c)	Se obține ecuația $x+y=4$ Se obține ecuația $x-y=2$ Finalizare: $\{(3,1)\}$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL 2

a)	Calcul: $e_{12}(7)=19\to T,\ e_{12}(0)=12\to M,\ e_{12}(8)=20\to U$ $e_{12}(12)=24\to Y,\ e_{12}(14)=0\to A,\ e_{12}(21)=7\to H,\ e_{12}(2)=14\to O$ Finalizare: *TMUYAHUOU*	**3p** **1p**
b)	Funcția de decriptare: $E_k(a)=(a-k)\bmod 26$ Calcul și finalizare: *SUCCES*	**2p** **3p**

SUBIECTUL 3

a)	$\int (f_0(x)+f_1(x))dx = xe^x + C$	**2p**
b)	F_3 primitiva lui f_3 atunci $F_3'(x)=x^3e^x$ $x_0=0$ punct de minim pentru F_3	**1p** **2p**
c)	F_{2019} primitiva lui f_{2019} atunci $F''_{2019}(x)=f'_{2019}(x)$ $F''_{2019}(x)=x^{2018}(x+2019)e^x$ ş $F''_{2019}(x)\le 0,\ \forall x\le -2019$ Finalizare	**1p** **2p** **1p**

SUBIECTUL 4

a)	Studiul continuității pe $\mathbb{R}$ Finalizare	**1p** **1p**
b)	Primitivele lui g: $G(x)=x-\ln x+C$ $G(1)=1+c,\ c=1$ Finalizare	**2p** **1p**
c)	$\int f^2(\sqrt{x})dx=\frac{1}{4}\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$ Finalizare: $I=\frac{\ln^3 x}{12}+C$	**2p** **2p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici"
Etapa pe centru – 22.02.2018
Filieră teoretică: profil real-ştiinţe ale naturii - Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Elementul neutru este $e=1+\sqrt{2019}$	**2p**
b)	Se obține ecuația $\left(x-\sqrt{2019}\right)^3+\sqrt{2019}=x$ Finalizare: $x=\sqrt{2019},\ x=1+\sqrt{2019},\ x=-1+\sqrt{2019}$	**2p** **2p**
c)	În relația $x*y=\left(x-\sqrt{2019}\right)\left(y-\sqrt{2019}\right)+\sqrt{2019}$ Aleg convenabil *a* și *b*. Exemplu: $a=-1+\sqrt{2019}$, b=$2\sqrt{2019}$ Finalizare	**2p** **1p**

SUBIECTUL 2

a)	Demonstrez $x*(-x)=(-x)*x=0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ și comutativitatea Finalizare: $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3=0$	**2p** **1p**
b)	$x_1=x_0\sqrt[3]{2}$ $x_2=x_0\sqrt[3]{3},\ldots,x_7=2x_0\in\mathbb{Q}$	**1p** **2p**
c)	Se verifică că $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3$ este un izomorfism Finalizare	**2p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	$\int\frac{f(x)}{x}dx=\int\frac{x^{2018}}{x^{2019}(x^{2019}+1)}dx$ $=\frac{1}{2019}\ln\frac{x^{2019}}{x^{2019}+1}+C$	**1p** **2p**
b)	F o primitiva a lui $f\Rightarrow F'(x)=f(x)>0,\ \forall x>0$ F funcție strict crescătoare pe $(0,+\infty)$. Finalizare	**1p** **2p**
c)	$\int\frac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx=\int\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)'dx=\frac{f'(x)}{f(x)}+C$ Finalizare	**2p** **1p**

SUBIECTUL 4

a)	Presupunând că F este o primitivă a lui f și derivând relația obținem $f(x)F(1-x)-F(x)f(1-x)=2xf(x^2)$ $f(0)F(1)-F(0)f(1)=0$ $f(1)F(0)-F(1)f(0)=2f(1)$ Obținem $f(1)=0$ Finalizare	**3p** **2p** **2p** **1p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 22.02.2019
Filieră tehnologică: profil tehnic - Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Calcul p=-3	**2p**
b)	Elementul neutru: $e=-\frac{5}{2}$	**2p**
c)	Se verifică că $x*(-3)=(-3)*x=-3,\ \forall x\in\mathbb{R}$ Finalizare $\sqrt[3]{-100}*\sqrt[3]{-99}*\ldots*\sqrt[3]{100}=-3<-1$	**2p** **3p**

SUBIECTUL 2

a)	Se verifică prin calcul a=0	**2p**
b)	$X(a)X(b)=\begin{pmatrix}1 & a+b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=X(a+b),\ \forall X(a),X(b)\in H$	**3p**
c)	Din calcul $c=-a$ Finalizare	**3p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	$F(x)=x^4-2x^2+c,\ c=6$ Finalizare	**1p** **1p**
b)	Calcul $I=\ln(x^4-2x^2+2019)+C$	**2p**
c)	F o primitiva a lui f, atunci $F'(x)=4x^3-4x$ F funcție monoton descrescătoare pe [0,1] $1>\frac{1}{\sqrt{2}}>\frac{1}{\sqrt{3}}>0\Rightarrow F\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)<F\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL 4

a)	Verificare: $g'(x)=f(x),\ \forall x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\int f(x)g(x)dx=\frac{g^2(x)}{2}+C$ Finalizare	**2p** **1p**
c)	F o primitiva lui f, atunci $F''(x)=f'(x),\ \forall x>0$ $F''(x)=e^x+\frac{1}{x^2}>0,\ \forall x>0$ Finalizare	**1p** **2p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapa pe centru – 22.02.2018

Filieră teoretică: profil uman - filologie şi ştiinţe sociale - Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL 1

a)	Se obține ecuația $2x+2y=2y+12$ Finalizare: $x=6$	**2p** **1p**
b)	Verificare directă	**2p**
c)	$A^3=\begin{pmatrix}8 & 24\\ 0 & 8\end{pmatrix}$ Din relația dată obținem : $\begin{pmatrix}16 & 32\\ 0 & 16\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}4 & 8\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ $a=4$	**1p** **2p** **1p**

SUBIECTUL 2

a)	a_{12}, a_{14} elemente impare a_{33}, a_{43} elemente impare a_{24}, a_{44} elemente pare a_{21}, a_{22} elemente impare, a_{32}, a_{42} elemente pare Finalizare	**2p** **2p** **2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL 3

a)	$AB=BA=O_3$	**3p**
b)	Din a) obținem $M_x \cdot M_y=\frac{xy}{9}A^2+\frac{1}{9x^2y^2}B^2$ $A^2=3A,\ B^2=3B$ Finalizare	**3p** **2p** **1p**

SUBIECTUL 4

a)	Calcul: $A^2 = A$, $A^3 = A$	**2p**
b)	$X(1)+X(2)+X(3)+...+X(2019)=2019I_2+A+2A+...+2019A=$ $2019I_2+\frac{2019\cdot 2020}{2}A$ Finalizare	**1p** **2p** **1p**
c)	Din calcul și a) $X(a)\cdot X(b)=I_2+bA+aA+abA$ Finalizare	**2p** **1p**

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.